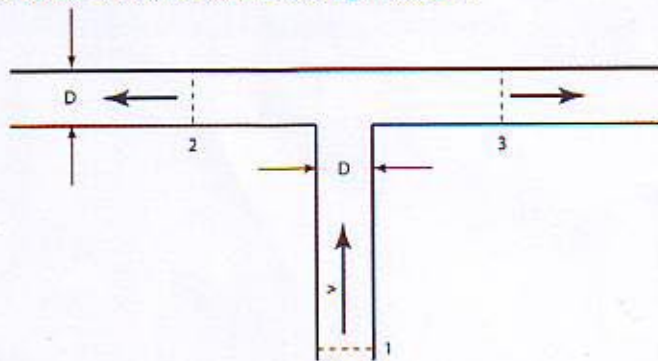


## Tentamen 28.06.2010

Gebruik de meegeleverde vellen papier voor het schrijven van de oplossingen van de opgaven. Schrijf je naam, studentnummer en studierichting op de eerste pagina. Nummer alle volgende pagina's. Vergeet niet alle papieren na het examen in te leveren.

1. Een ideaal geroerde tank (volume  $V$ ) is gevuld met zuiver water. Vanaf tijdstip  $t = 0$  wordt de tank doorgestroomd met een oplossing van stof A met concentratie  $c_0$  in water. Het debiet is  $\phi_v$ .
  - a) Stel een differentiaalvergelijking op voor de massabalans en bepaal het verloop van de concentratie van stof A in de tank als functie van de tijd.
  - b) Er wordt een katalysator aan de inhoud van de tank toegevoegd. Hierdoor wordt stof A middels een  $0^e$  order reactie met de reactiesnelheid van  $k_0$  [ $\text{kg}/\text{m}^3\text{s}$ ] omgezet in andere stof. Bepaal de stationaire concentratie van stof A na het toevoegen van de katalysator.
  - c) Hoeveel dimensieloze groepen uit de parameters van dit systeem met de toegevoegde katalysator kunnen worden samengesteld voor het bepalen van het verloop van de concentratie van stof A in de tank als functie van de tijd?
2. Een cilindervormige leiding is horizontaal opgesteld. De leiding vertaakt zich in de vorm van een T in twee gelijke leidingen met dezelfde diameter  $D$  (zie figuur). Door dit systeem stroomt de vloeistof van dichtheid  $\rho$  met snelheid  $v$  bij punt 1. De toestand is stationair. Dissipatie is verwaarloosbaar. De vloeistof kan als niet-samendrukbaar worden beschouwd.
  - a) Bereken de snelheden van water in punten 2 en 3.
  - b) Bepaal de druk op positie 2 als gegeven is, dat de druk bij punt 1 gelijk aan  $P$  is.
  - c) Bereken de kracht, die de vloeistof op de leiding uitoefent.



3. Om de vlamtemperatuur in een fornuis te verhogen wordt het verbrandingsmengsel van lucht en aardgas voorverwarmd. Hiervoor wordt het verbrandingsmengsel geleid door een buis met de lengte  $L = 10 \text{ m}$  en diameter  $d = 20 \text{ cm}$  binnen een hoge druk boiler met water bij een temperatuur van  $250^\circ\text{C}$ . De temperatuur van het verbrandingsmengsel in het begin van de buis is  $20^\circ\text{C}$ . Het debiet van het verbrandingsmengsel  $\dot{\phi}_m = 1 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ . De totale warmteoverdrachtscoëfficiënt  $U$  tussen water en het doorstromende gasluchtmengsel in de pijp is  $100 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$ . De dikte van de pijp kan verwaarloosd worden. De stofconstanten van de lucht zijn  $\rho = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $c_p = 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ ,  $\mu = 2,4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$ .



- a) Bereken de gemiddelde temperatuur van het gasluchtmengsel aan het einde van de pijp. (Tip: Geen formules opzoeken voor de warmteoverdrachtscoëfficiënten omdat de totale warmteoverdrachtscoëfficiënt  $U$  is al gegeven!)
- b) Is de stroming van het gasluchtmengsel laminair of turbulent?
- c) In de loop van de tijd heeft de buitenkant van de buis kalkaanslag met een diepte van 5 mm gekregen. De warmtegeleidingcoëfficiënt van de kalk  $\lambda_k = 0,03 \text{ W/mK}$ . De kalklaag kan worden opgevat als een vlakke plaat. Bereken de nieuwe totale warmteoverdrachtscoëfficiënt.
4. Een fles met wanddikte van 10 mm wordt gevuld met waterstof, die onder druk staat. De fles is een cilinder met diameter  $d = 10 \text{ cm}$  en hoogte  $h = 40 \text{ cm}$ . De druk van waterstof in de fles is 150 bar ( $1 \text{ bar} = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ ) en de temperatuur  $20^\circ\text{C}$ . Voor de brandveiligheid zijn in de labruimte waarin de fles staat, waterstofsensoren geïnstalleerd. Het volume van de labruimte is  $100 \text{ m}^3$ .
- a) Na het plaatsen van de fles in de labruimte zijn er in het begin verwaarloosbaar lage concentraties van waterstof door deze sensoren gemeten. Drie dagen later zijn er echter substantiële concentraties van waterstof waargenomen. Schat de diffusiecoëfficiënt van waterstof in het materiaal, waarvan de fles is gemaakt.
- b) In deze labruimte wordt elke minuut  $1 \text{ m}^3$  lucht door verse lucht vervangen. Bereken de waterstofconcentratie in de labruimte. Bij de berekeningen kan het opgevat worden dat diffusie via de wanden van de fles een stationair proces is en de druk in de fles constant blijft. Gebruik de waarde van de diffusiecoëfficiënt die in de vraag a) wordt bepaald. Gas constante  $R = 8,314 \text{ J/molK}$ .
- c) Bereken de maximaal mogelijke concentratie van waterstof in de labruimte wanneer de fles wordt gebroken en haar inhoud in de heel korte tijd in de labruimte komt. Het kan aangenomen worden dat de menging van waterstof en lucht zodanig snel verloopt, dat de waterstofconcentratie in de labruimte constant is.

a) Massa balans voor slot A:

$$\frac{d(cV)}{dt} = \phi_v \cdot c_0 - \phi_v c$$

$$\frac{dc}{dt} + \frac{\phi_v}{V} c - \frac{\phi_v}{V} c_0 = 0$$

$$\frac{d(c-c_0)}{dt} + \frac{\phi_v}{V} (c-c_0) = 0$$

$$c - c_0 = A e^{-\frac{\phi_v}{V} t}$$

Beginvoorwaarde:  $t=0, c=0 \Rightarrow A = -c_0$

$$c = c_0 \left(1 - e^{-\frac{\phi_v}{V} t}\right)$$

b) Massa balans voor slot A:

$$\frac{d(cV)}{dt} = \phi_v \cdot c_0 - \phi_v c - \kappa_0 V$$

In de stationaire condities  $\frac{d}{dt}(cV) = 0$

$$\phi_v c_0 - \phi_v c - \kappa_0 V = 0$$

$$c = c_0 - \frac{\kappa_0 V}{\phi_v}$$

c)  $c = F(c_0, \phi_v, V, \kappa_0, t)$

Basis-eenheden: kg, m, s - 3st

Total parameters: 6

Volgens Buckingham's theorema:  $N = 6 - 3 = 3$  dimensieloze groepen.



a). Massabalans:

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2 + \rho_2 v_3 A_3$$

$v_2 = v_3$  omdat T-stuk symmetrisch is.

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3, \quad A_1 = A_2 = A_3 = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$v_1 = 2v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{2}$$

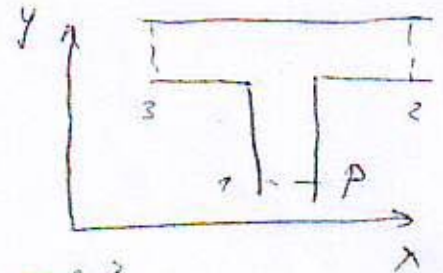
b). Bernoulli-vergelijking

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}$$



$$P_2 = P_1 + \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2) = P_1 + \frac{\rho}{2} \left( v_1^2 - \frac{v_1^2}{4} \right) = P_1 + \frac{3}{8} \rho v_1^2$$

c). Impuls balans in de y-richting:



$$\rho_1 v_1 A_1 v_1 + P A_1 + F_{W,y} = 0$$

$$-F_{W,y} = \rho v_1^2 \frac{\pi D^2}{4} + P \frac{\pi D^2}{4} = (\rho v_1^2 + P) \frac{\pi D^2}{4}$$

$$F_{F,y} = -F_{W,y} = (\rho v_1^2 + P) \frac{\pi D^2}{4}$$

Impuls balans in de x-richting:

$$-\rho_2 v_2 A_2 v_2 - P_2 A_2 + \rho_3 v_3 A_3 v_3 + P_3 A_3 + F_{W,x} = 0$$

$$P_2 A_2 = P_3 A_3, \quad \rho_2 v_2^2 A_2 = \rho_3 v_3^2 A_3 \Rightarrow F_{W,x} = 0$$

$$F_{F,x} = -F_{W,x} = 0$$

a)



Warmtebalans voor het controle volume tussen  $x$  en  $x+dx$

$$\frac{\pi}{4} D^2 \rho c_p (\bar{T})_x - \frac{\pi}{4} D^2 \rho c_p (\bar{T})_{x+dx} + U \pi D dx (T_w - \bar{T}) =$$

$$- \frac{\pi}{4} D^2 \rho c_p \frac{d\bar{T}}{dx} dx + U \cdot \pi D dx (T_w - \bar{T}) = 0$$

$$- \frac{D}{4} \rho c_p \frac{d\bar{T}}{dx} + U (T_w - \bar{T}) = 0$$

$$\frac{d(\bar{T} - T_w)}{dx} + \frac{4U}{D \rho c_p} (T_w - \bar{T}) = 0$$

$$\rho c_p = \frac{4 \phi_m}{\pi D^2} \quad \leftarrow \pi$$

$$\frac{d(T_w - \bar{T})}{dx} + \frac{\pi U D}{\phi_m \cdot c_p} (T_w - \bar{T}) = 0$$

$$x_0 = \frac{\phi_m \cdot c_p}{\pi U D} = \frac{1 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 100 \cdot 0,2} = 15,91 \text{ m}$$

$$\frac{d(T_w - \bar{T})}{dx} + \frac{T_w - \bar{T}}{x_0} = 0$$

$$T_w - \bar{T} = (T_w - T_0) e^{-\frac{x}{x_0}}$$

$$\bar{T} = T_w - (T_w - T_0) e^{-\frac{x}{x_0}}$$

$$\bar{T} = 250 - 230 e^{-\frac{10}{15,91}} = 127^\circ \text{ C}$$

moeilijk



$$\text{Re} = \frac{\rho v x}{\mu} = \frac{4 \phi_m}{\pi D^2 \mu} = \frac{4 \phi_m}{\pi D \mu} \quad \text{ev} = \frac{4 \phi_m}{\pi D^2}$$

$$\text{Re} = \frac{4 \cdot 1}{3,14 \cdot 0,2 \cdot 2,4 \cdot 10^{-5}} = 2,65 \cdot 10^5 \Rightarrow \text{turbulent!}$$

$$c) \quad \frac{1}{U_N} = \frac{1}{U_{\text{ord}}} + \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{U_N} = \frac{1}{U_{\text{ord}}} + \frac{D}{\lambda}$$

$$U_N = \frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{5 \cdot 10^{-3}}{0,03}} = 5,66 \quad \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right)$$

N4

a) Diffusiecoëfficiënt wordt geschat op basis van penetratietheorie:

$$L = \sqrt{\pi D t}$$

$$D = \frac{L^2}{\pi t} = \frac{(10^{-3})^2}{3,14 \cdot 3 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,2 \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

b) Massa balans voor waterstof:

$$\underline{K(c^* - c) \cdot A - \phi_v c = 0}$$

$$\underline{c^* = \frac{P}{RT}}$$

$$\underline{A = 2 \frac{\pi D^2}{4} + \pi D h}$$

$$K = \frac{D_{H_2}}{L}$$

$$C = \frac{K \cdot C^* \cdot A}{\phi_V + K A} = \frac{\frac{D_{H_2}}{L} \frac{P}{RT} \left( \frac{\pi D^2}{2} + \pi D h \right)}{\phi_V + \frac{D_{H_2}}{L} \left( \frac{\pi D^2}{2} + \pi D h \right)}$$

$$\approx \frac{\frac{P}{RT}}{1 + \frac{\phi_V \cdot L}{D_{H_2} \left( \frac{\pi D^2}{2} + \pi D h \right)}} = \frac{\frac{150 \cdot 10^5}{8,314 \cdot 293}}{1 + \frac{1 \cdot 0,1}{1,2 \cdot 10^{-10} \cdot 60} \cdot 3,14 \cdot 0,1 (0,05 + 0,4)}$$

$$\approx \frac{1,2 \cdot 10^{-10} \cdot 60}{10^{-1} \cdot 1} \cdot \frac{150 \cdot 10^5}{8,314 \cdot 293} \cdot 3,14 \cdot 0,1 (0,05 + 0,4) \approx$$

$$\approx 6,27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{mole}}{\text{m}^3}$$

$$c) \quad C = \frac{N_M}{V} = \frac{C^* \cdot V_1}{V} = \frac{P}{RT} \frac{\pi D^2}{4} \frac{h}{V} =$$

$$= \frac{150 \cdot 10^5}{8,314 \cdot 293} \cdot \frac{3,14 \cdot (0,1)^2 \cdot 0,4}{4 \cdot 100} = 0,193 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$